Bionatura
International Journal of Biotechnology and Life Sciences
ISSN 1390-9355
Vol. 9 No. 3 2024
https://revistabionatura.org/

Optimización multiobjetivo con modelos multivariados en la producción de yogur natural batido

Multiobjetive optimization with multivariates models in the production of natural milk shake yogurt

Ing. Eliany de la Caridad Valera Sterling[1,2], Dr.C. Eduardo García Noa[2,*], Dr.C. Lourdes Mariana Crespo Zafra[3]

1Centro de Gestión de la Información y Desarrollo de la Energía, (Cubaenergía), La Habana, Cuba. *ORCID* *https://orcid.org/*0000-0002-6655-5637

2Universidad Tecnológica de La Habana (Cujae), La Habana, Cuba; egarcianoa@quimica.cujae.edu.cu. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6634-9219

3Departamento de Ciencia y Tecnología de los Alimentos, Fac. Ciencias Aplicadas, Universidad de Camaguey Ignacio Agramonte Loynaz, ORCID:https://orcid.org/0000-0002-4799-3447

*****Correspondencia: egarcianoa@quimica.cujae.edu.cu; Telf.: (53) 5622 5798

DOI: 10.70373/RB/2024.09.03.11

Resumen

En la producción de yogur natural hay un alto consumo de energía, no obstante, en algunas etapas del proceso no se hace un uso racional de los portadores energéticos; por lo que para reducir los consumos y disminuir las pérdidas, se definió como objetivo establecer las condiciones de operación con mayor eficiencia energética, integrando la optimización multiobjetivo con la simulación mediante modelos multivariados. Se estudiaron 10 producciones y el procedimiento incluyó el cálculo de los índices de consumo de vapor, de agua y el índice de pérdidas de materiales, dichos valores fueron 0,1384, 6,621 y 0,0192, respectivamente. Se aplicaron los métodos multivariados para establecer la relación entre la masa de yogur y los índices calculados con 14 variables de operación. Los modelos de Mínimos Cuadrado Parciales presentaron un error cuadrático de predicción inferior a 4,746. Para estimar la condición de operación de mayor eficiencia, se empleó la optimización multiobjetivo; lográndose el óptimo global en aquella en que la masa de yogur fue 3 582 kg. Debiéndose tener un control riguroso sobre el inóculo, la temperatura de refrescamiento del cultivo, la leche fermentada, y la masa de yogur ya que estas variables presentaron el mayor peso sobre las cuatro variables dependientes.

Palabras claves: optimización multiobjetivo, modelos multivariados, yogur natural batido, índices de consumo, pérdidas de materiales

Abstract

In the natural yogurt production there is a high consumption of energy; nevertheless, in some of the stages there are not a rational use of energy; To reduce the consumptions and reduce losses, the

objective was defined to establish operating conditions with high efficiency, integrating the multi-objective optimization with the multivariate models simulation. Were studied 10 productions and the procedure included the calculation of the total consumption rates of steam and water, and the material loss rate, these values were 0.1384, 6.621 and 0.0192, respectively. Multivariate methods were applied to establish the relationship between the yogurt mass and of the calculated rates with 14 operating variables; The models adjusted by Partial Least Squares were obtained with a lower quadratic prediction error equal to 4.746. Finally, to estimate the operating condition that increases efficiency, multi-objective optimization was used; where the operating condition in which the global optimum is achieved is that in which the mass of yogurt was 3 582 kg. Therefore, rigorous control must be taken during production on the inoculum, the cooling temperature of the technical culture, the fermented milk, and the whipped yogurt mass because these variables presented the greatest weight on the four dependent variables.

Keywords: multi-objective optimization, multivariate models, whipped natural yogurt, consumption rates, material loss rate.

Introducción

La producción de yogur natural batido conlleva un alto consumo energético, por lo que es importante que se utilice la energía racionalmente, no obstante, hay etapas del proceso que no hacen un uso óptimo de los portadores energéticos[1]. Dada la potencialidad existente de reducir los consumos y las pérdidas, se partió de la hipótesis de que es posible con la integración de la optimización multiobjetivo[2,3] y la simulación mediante modelos multivariados, establecer condiciones de operación que incrementen la eficiencia energética.

Para valorar el desempeño de un proceso se debe contar con índices que muestren las desviaciones en los consumos[4] y, por otra parte, el análisis de datos puede incluir métodos multivariantes[5] para estudiar variables correlacionadas. Entre ellos el análisis de conglomerados, el análisis de componentes principales y los mínimos cuadrados parciales [6,7,8].

Se debe tener en cuenta que la mejora de procesos tecnológicos requiere la optimización simultánea[9] de varios objetivos que compiten entre sí; estos problemas se caracterizan por una gran complejidad del espacio de decisión, en estos casos puede ser útil la optimización multiobjetivo, que es una técnica[10] que permite mejorar varios criterios en un proceso simultáneamente. Un modelo multiobjetivo puede transformarse en uno equivalente, mediante la maximización de la variable auxiliar en una función de pertenencia.

Las funciones de pertenencia lineales se expresan como en la ecuación (1).

$$\mu_1(z_1) = \int_0^1 \frac{{z_1}^u - z_1}{{z_1}^u - {z_1}^l} \quad (1)$$

Donde:

$\mu_1(z_1)$: función de pertenencia de z_1

z_1^u y z_2^u: son los valores máximos de las funciones objetivo

z_1^l y z_2^l: son los límites inferiores de las funciones objetivo

Considerando las características de la tecnología en estudio[11] el objetivo general del trabajo fue establecer un procedimiento general para la mejora de los indicadores técnico-económicos en la producción de yogur[12] basado en las herramientas de los métodos multivariados y la optimización multiobjetivo.

Materiales y métodos

El procedimiento general se desarrolló en tres pasos:

1. Evaluación del proceso mediante balances de masa y energía para calcular los índices de consumo
2. Aplicación de métodos multivariados para obtener la relación funcional entre los índices de consumo y las variables del proceso
3. Empleo de la optimización multiobjetivo para establecer las mejores condiciones del proceso

Una vez identificado las operaciones, sus corrientes de entradas y salidas (frías o calientes) y el uso de agua (fría, caliente y de proceso) se plantearon los balances de masa y energía[13]; empleando variables del proceso de producción, especificaciones de calidad del proceso y de la materia prima. Definiéndose los parámetros que se midieron para estimar las pérdidas de materiales, los consumos energéticos y de materiales necesarios para calcular los índices de consumo del proceso.

En el segundo paso se realiza el análisis estadístico de los datos con el objetivo de caracterizar el comportamiento de las variables y luego se aplican los métodos multivariados para obtener los modelos matemáticos que relacionan los índices de pérdidas de materiales y de los consumos de portadores energéticos con las variables del proceso.

Por último, se aplica la optimización multiobjetivo para estimar la condición de operación que incremente la eficiencia.

Para aplicar los balances de masa y energía se dividió el proceso de obtención de yogur natural batido en tres etapas:

1. Tratamiento térmico de la leche: esta etapa se compone por la reconstitución, homogenización y pasteurización de la leche
2. Preparación del cultivo: incluye la reconstitución y pasteurización de la leche para el inóculo, adición del cultivo madre, refrescamiento y almacenamiento del cultivo técnico
3. Fermentación y envasado, se realiza la inoculación con el cultivo técnico, coagulación, enfriamiento y envasado

Como resultado de los balances de energía se obtuvieron los consumos de vapor, agua fría y agua de proceso como portador energético, que permitieron el cálculo de los índices en cada etapa de la producción de yogur. La masa de yogur obtenida en cada producción se calculó empleando la ecuación (2)

$$m_{yogur} = P_{bolsas} * N_{bolsas} \quad (2)$$

Donde:

m_{yogur}: Masa de producto terminado (kg)

P_{bolsas}: peso de envases de producto terminado (kg)

N_{bolsas}: número de envases de producto terminado

Se emplearon las ecuaciones (3), (4), (5) y (6) con el fin de obtener los índices de consumo de vapor y agua en el proceso.

$$m_{v\,total} = m_{v\,tot1} + m_{v\,tot2} \quad (3)$$

$$Icv_{tot} = \frac{m_{v\,total}}{m_{yogur}} \quad (4)$$

Donde:

Icv_{tot}: Índice de consumo total de vapor (kg de vapor/kg de producto)

$m_{v\,total}$: Masa de vapor total en el proceso (kg)

$$Icap_{tot} = \frac{m_{ap\,total}}{m_{yogur}} \quad (5)$$

$$m_{ap\,total} = m_{ap\,tot1} + m_{ap\,tot2} + m_{ap\,tot3} \quad (6)$$

Donde:

$Icap_{tot}$: Índice de consumo total de agua de proceso (kg de agua de proceso/kg de producto)

$m_{ap\,total}$: Masa de agua de proceso total (kg)

Para el cálculo del índice de pérdidas de materiales se emplearon las ecuaciones (7) y (8).

$$Pérdidas = (m_{batido}) - (m_{yogur}) \quad (7)$$

$$Ip_m = \frac{Pérdidas}{m_{yogur}} \quad (8)$$

Donde:

m_{yogur}: Masa de producto terminado (kg)

m_{batido}: Masa de leche fermentada fría (kg)

Para aplicar las técnicas de la modelación multivariada se empleó la herramienta estadística Statgraphics Centurion, según el siguiente procedimiento:

1. Análisis de datos y sus correlaciones
2. Determinación de los grupos homogéneos de datos mediante la obtención de los Conglomerados (Clúster)

3. Análisis de componentes principales
4. Ajuste de modelos por mínimos cuadrados parciales (MCP)

Mediante el análisis de los datos se obtuvieron los coeficientes de correlación entre las 14 variables medidas mediante la correlación producto-momento de Pearson, empleando un nivel de confianza de 95%.

Para la obtención de los conglomerados se utilizaron el método del vecino más cercano y la métrica de distancia euclidiana cuadrada; teniendo en cuenta experiencias anteriores de la aplicación de estos métodos, en tecnologías lácteas[13]. Los datos se estandarizaron para que todas las variables estuvieran dentro de un mismo intervalo de valores. El análisis se realizó para las 10 observaciones (producciones) buscando diferencias y similitudes entre ellas.

El análisis de componentes principales se emplea como paso previo al método de mínimos cuadrados parciales. Los componentes principales o factores, son combinaciones lineales de las variables medidas en el proceso estudiado y cada uno de ellos fue extraído basado en la matriz de correlaciones. Para establecer la calidad de los datos para emplear métodos multivariados se obtuvo la medida de Kaiser-Meyer-Olkin y se aplicó la prueba de hipótesis de esfericidad de Bartlett para verificar que las variables experimentales no conforman una matriz de identidad.

La selección del número de factores se realizó teniendo en cuenta que cada uno de los componentes explica una parte de la variabilidad de los datos, seleccionando el número de componentes que explica un porcentaje acumulado superior al 80 % de la varianza total de los puntos experimentales[5, 6 y 13].

En el análisis por MCP se utilizó la cantidad de componentes que se obtienen del procedimiento de componentes principales, y se ajustan modelos para cuatro variables dependientes, que fueron $m_{yogur}, Icv_{tot}, Icap_{tot}, Ip_m$.

Para cada variable dependiente se obtuvieron dos modelos, uno con las variables experimentales estandarizadas centrando por la media, el cual se empleó para identificar las variables significativas estadísticamente y conocer atendiendo a la magnitud de su coeficiente, la influencia sobre las variables dependientes; mientras que su signo refleja el sentido de su efecto, si es positivo incide directamente y si el signo es negativo lo hace inversamente. Esta información se utilizó para identificar el valor experimental de cada variable independiente que favoreció más a la variable dependiente. Se obtuvo también el modelo con las variables no estandarizadas que puede emplearse para simular el proceso en estudio en sus unidades originales.

La significación estadística de los modelos se analizó con un 95 % de confiabilidad a través del valor-p de la razón de Fisher y la calidad de predicción se analizó a través del valor PRESS (sumatoria cuadrada del error de predicción). Los modelos se validaron por el método “sacar uno a la vez”, en el

cual se ajusta el modelo y se deja una producción sin incluir que después se utiliza para calcular el error de predicción. Este procedimiento se repitió tantas veces como cantidad de producciones hay y, finalmente, se reporta el promedio de los errores obtenidos en dichos cálculos.

El método de optimización multiobjetivo empleado se basa en el concepto de optimización de restricciones difusas[14,15] donde el grado de satisfacción (λ), es el valor que se pretende maximizar. Las cuatro funciones objetivos fueron: maximizar la masa de yogur, minimizar el índice de consumo total de vapor y de agua de proceso en la línea y minimizar el índice de pérdidas de materiales en el proceso, De acuerdo a la ecuación (1) se definieron las ecuaciones de pertenencia (9), (10), (11) y (12) respectivamente

$$\mu\left(\frac{m_{yogur}-{m_{yogur}}^{l}}{{m_{yogur}}^{u}-{m_{yogur}}^{l}}\right) \geq \lambda_1 \quad (9)$$

$$\mu\left(\frac{{Icv_{tot}}^{u}-Icv_{tot}}{{z_{Icv_{tot}}}^{u}-{Icv_{tot}}^{l}}\right) \geq \lambda_2 \quad (10)$$

$$\mu\left(\frac{{Icap_{tot}}^{u}-Icap_{tot}}{{Icap_{tot}}^{u}-{Icap_{tot}}^{l}}\right) \geq \lambda_3 \quad (11)$$

$$\mu\left(\frac{{Ip_m}^{u}-Ip_m}{{Ip_m}^{u}-{Ip_m}^{l}}\right) \geq \lambda_4 \quad (12)$$

Donde:

$\mu(m_{yogur}), \mu(Icv_{tot}), \mu(Icap_{tot}), \mu(Ip_m)$: son las funciones de pertenencia de $m_{yogur}, Icv_{tot}, Icap_{tot}, Ip_m$

u, l: indican los límites máximos e inferiores de las funciones objetivo

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$: grado de satisfacción de las variables $m_{yogur}, Icv_{tot}, Icap_{tot}, Ip_m$ respectivamente

Una vez obtenido el grado de satisfacción de cada función de pertenencia se realiza el cálculo del grado de satisfacción del proceso (λ_{global}) por la ecuación (13) para obtener la condición de operación que con el menor uso de vapor para pasteurizar la leche y un empleo mínimo de agua de proceso en las operaciones de enfriamiento se obtenga la mayor producción de yogur con la pérdida mínima de materiales. Esta condición será el óptimo global.

$$\lambda_{global} = \lambda_1 * \lambda_2 * \lambda_3 * \lambda_4 \quad (13)$$

Donde:

λ_{global}: grado de satisfacción del proceso

Resultados y discusión

En la tabla 1 se muestra la masa de yogur que se obtuvo en las 10 producciones evaluadas obtenida por la ecuación (2) y los índices calculados, obtenidos al aplicar las ecuaciones (4), (5) y (8).

Como se puede observar en la tabla 1 los índices asociados a las pérdidas y consumos; se encuentran dispersos respecto a la media, puesto que, sus coeficientes de variación son superiores al 15 %; lo que

se debe a la diferencia entre los volúmenes de leche procesada, que es de ese orden, pues el volumen mínimo fue de 2 047 kg y el mayor de 4 095 kg, con un coeficiente de variación en las 10 producciones de 18,060%. Este hecho es positivo, pues se amplía el rango de valores en que serán válidos los modelos probabilísticos que se ajusten[13].

Tabla 1. Masa de yogur (kg) e Índices de consumo obtenidos en las 10 producciones

Producción	m_{yogur}(kg)	Icv_{tot}	$Icap_{tot}$	Ip_m
1	4095	0,120	6,047	0,045
2	4087	0,118	6,182	0,048
3	3581	0,135	6,872	0,019
4	4093	0,118	6,191	0,046
5	2047	0,243	11,284	0,019
6	3581	0,135	6,755	0,019
7	3069	0,161	8,274	0,019
8	3068	0,157	8,007	0,019
9	3582	0,138	6,621	0,019
10	3576	0,138	6,604	0,020
Promedio	3477	0,146	6,047	0,045
Coeficiente de variación (%)	18,060	25,12	21,84	47,28
Mínimo	2047	0,118	6,047	0,019
Máximo	4095	0,243	11,284	0,048

Nomenclatura:

Icv_{tot}: Índice de consumo total de vapor (kg de vapor/kg de producto)

$Icap_{tot}$: Índice de consumo total de agua de proceso (kg de agua de proceso/kg de producto)

Ip_m : índice de pérdidas de materiales (kg de yogur perdido/kg de producto)

La determinación de los coeficientes de correlación en el análisis de datos es un paso fundamental antes de aplicar los métodos de la matemática multivariada, pues es una medida de la relación lineal entre dos variables numéricas; permitiendo identificar cuan dependientes son estas variables entre sí[7]. Tal y como se muestra en la tabla 2, las variables experimentales están altamente correlacionadas y estadísticamente significativas, puesto que la mayoría de los coeficientes de correlación de Pearson obtenidos, se encontraron entre 0,5 y 1 y todos con valores - p inferiores a 0,05.

Se aprecia que hay correlaciones de variables donde existe una relación lineal positiva perfecta, lo que indica que el coeficiente de correlación es de (+1); así como también los pares donde el valor de "r" es cercano a 1, en un sentido o en otro[6]. A medida que disminuya la temperatura de la leche reconstituida a la salida del tanque de almacenamiento (T_{Lr}); aumentará el consumo de vapor el empleado para precalentar la leche en el pasteurizador (V_1).

De igual manera, el consumo de vapor, tienden a incrementarse juntos; al igual que la temperatura de pasteurización (T_{Lp1}), necesaria en la preparación del cultivo que tiende a aumentar con el consumo de vapor en esta etapa. Las variables relacionadas con el producto terminado tales como: $Inóculo$ (masa a inocular de cultivo técnico en la etapa de fermentación), masa de leche fermentada (L_f), masa de leche fermentada fría (m_{batido}) y el número de bolsas (N_{bolsas}) también tienden a incrementarse directamente como es de esperar.

Tabla 2. Correlaciones significativas (α = 0,05) entre los parámetros de operación

Pearson Product-Moment Correlations
X = not significant at 5%
-1,0 1,0

	TLcult	V 1	V 2	Inóculo	mbatido	Lf	myogur	A p 2
TLcult		X	X	-0,67	-0,65	-0,67	-0,67	X
V 1	X		-0,81	X	X	X	X	X
V 2	X	-0,81		X	X	X	X	0,66
Inóculo	-0,67	X	X		1,00	1,00	1,00	X
mbatido	-0,65	X	X	1,00		1,00	1,00	X
Lf	-0,67	X	X	1,00	1,00		1,00	X
myogur	-0,67	X	X	1,00	1,00	1,00		X
A p 2	X	X	0,66	X	X	X	X	

Nomenclatura

TLcult: temperatura de refrescamiento del cultivo (°C)

V1: vapor empleado para precalentar la leche en el pasteurizador (kg)

V2: consumo de vapor en la sección de pasteurización (kg)

Inóculo: masa a inocular de cultivo técnico en la etapa de fermentación (kg)

mbatido: masa de leche fermentada fría (kg)

Lf: masa de leche fermentada (kg)

myogur: masa de yogur ptoducido (kg)

Ap2: consumo de agua de proceso para enfriar la leche pasteurizada en la preparación de cultivo (kg)

Fuente Reporte del software

Sin embargo, entre las variables relacionadas con el producto terminado y la temperatura de refrescamiento del cultivo (T_{Lcult}) existe una relación lineal pero negativa, de sentido inverso, lo que significa que un bajo valor de esta temperatura favorecerá al producto terminado puesto que habrá un crecimiento en las variables asociadas con el mismo.

El hecho de haber obtenido correlaciones estadísticamente significativas entre las variables medidas justifica el procesamiento mediante los métodos matemáticos multivariados. El análisis de conglomerados permite identificar el grado de homogeneidad entre los datos experimentales, por lo que cuando se aplica a las observaciones por producción revela la similitud o diferencia entre las condiciones de operación durante el período de análisis[7,13]. En la figura 1 se muestra el dendograma obtenido para las producciones en estudio.

El dendograma muestra que entre las corridas 9 y 10 se obtiene la menor distancia de agrupación, siendo significativo que ambas tienen un volumen de producción igual a 3500 L; estas como grupo, se asemejan a las observaciones 3, 7, y 8 que presenta la siguiente distancia de agrupación; pero resultaron ser similares, puesto que fueron producciones que trabajaron bajo semejantes condiciones de operación. Las producciones 1 y 2 como tienen un volumen de producción igual a 4000 L resultaron semejantes entre sí; las cuales presentaron una distancia de agrupación pequeña con la corrida 6, debido a que en esos días se llevó a cabo el proceso, con iguales condiciones de operación y con la observación 4, puesto que esta última tiene el mismo volumen de producción, estando así conformado el primer conglomerado por esas 9 observaciones. El segundo grupo resultó estar conformado por la producción 5 que presenta como diferencia fundamental que se trabajó con un volumen de producción igual a 2000 L.

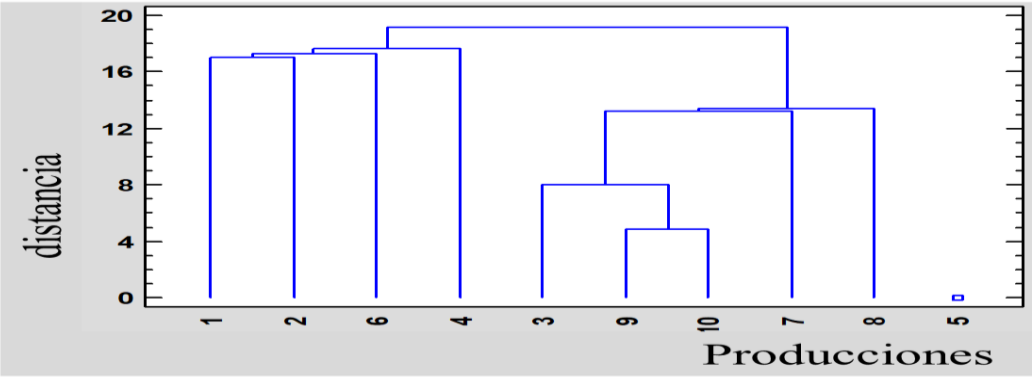


Figura 1. Dendograma de las variables asociadas a las producciones evaluadas
Fuente Reporte del software

Por los resultados que se obtienen, es evidente que el volumen de producción es un factor que tuvo mucho peso en la clasificación por grupos, lo que es de esperar, pues el resto de las variables asociadas

a los consumos tomaran valores en dependencia a la masa total a procesar. Las condiciones bajo las cuales se operaron esas producciones, es otro factor a resaltar entre los grupos homogéneos; siendo la temperatura de la leche pasteurizada fría una condición de operación común en la clasificación por grupos, lo que es muy importante ya que esta variable tiene una marcada influencia en la calidad del producto terminado.

Es importante destacar la utilidad de este método multivariado para identificar semejanzas y diferencias en una misma línea productiva.

El análisis de Componentes Principales se emplea como paso previo al método de mínimos cuadrados parciales para tener información respecto a los modelos matemáticos a ajustar[6,13]. El propósito de este análisis es obtener el menor número de combinaciones lineales de las variables que expliquen el mayor por ciento de variabilidad en los datos.

Con las variables no lineales de la base de datos (TLcult, V1, V2, Inóculo, Mbatido, Lf, myogur, Ap1 y AP4) se obtuvo una medida de Kaiser-Meyer-Olkin igual a 0,62, que por ser superior a 0,5 indica que pueden emplearse el análisis factorial, dado que las correlaciones entre los pares de variables pueden ser explicadas por otras variables. En la prueba de hipótesis de esfericidad de Bartlett se obtuvo un valor de chí-cuadrado igual a 800, con un valor- p inferior a 0,05, lo que indica que la matriz de correlaciones no es una matriz de identidad, corroborándose que pueden emplearse los datos experimentales con métodos multivariados.

En la tabla 3 se muestra el porcentaje de la varianza explicada por cada componente y el acumulado, siendo de notar que 4 componentes explican el 95,102% de la variabilidad en los datos originales, lo cual puede considerarse suficiente[5]. Además, con un quinto componente, se explica un 3% adicional de la variabilidad de los datos, pero sería un modelo más complejo.

Con vistas a obtener la relación funcional entre las variables independientes y las 4 dependientes teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el análisis de componentes principales, se aplicó el método de mínimos cuadrados parciales con cuatro componentes[6]. En las tablas 5 y 6 se muestra el análisis de varianza y de calidad de ajuste del modelo para m_{yogur}. No se muestran los resultados en el análisis de varianza y de calidad de ajuste del modelo para las variables Icv_{tot} , $Icap_{tot}$, Ip_m, pues fueron similares.

Tabla 3. Porcentaje de la varianza explicada por cada componente y la varianza acumulada

Componente número	Porcentaje de la varianza explicada	Porcentaje acumulado

1	56,103	56,103
2	20,832	76,935
3	13,815	90,750
4	4,352	95,102
5	3,207	98,309
6	1,686	99,995
7	0,004	100,000
8	0,000	100,000
9	0,000	100,000

Los resultados obtenidos demuestran que el modelo ajustado por MCP para la variable m_{yogur} presentó buena calidad de ajuste para un 95 % de confiabilidad, con valores-p inferiores a 0,05 que es el límite superior para la prueba de Análisis de varianza. Es de notar que se trabajó con 9 grados de libertad, siendo14 variables independientes y 10 producciones, lo que resulta una de las ventajas de este tipo de ajuste, pues los grados de libertad se refieren al número total de componentes a incluir en el modelo.

Tabla 5. Análisis de varianza para m_{yogur}

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	Valor-p
Modelo	3,5467	4	0,8866	565,916	0,000
Residuos	0,0078	5	0,0015		
Total (corr.)	3,5545	9			

Fuente Reporte del software

Tabla 6. Calidad de predicción del ajuste de mínimos cuadrados parciales

Componente	% de variación en Y	R-cuadrada	Cuadrado medio (PRESS)
1	93,63	93,63	$5{,}22 \times 10^{-2}$
2	4,97	98,61	$2{,}66 \times 10^{-2}$
3	1,00	99,61	$1{,}83 \times 10^{-2}$
4	0,16	99,77	$1{,}66 \times 10^{-2}$

Fuente Reporte del software

Con cuatro componentes se obtuvo un error de predicción pequeño (PRESS), lo que manifiesta muy buena calidad en la predicción, siendo el valor de R-cuadrada igual a 99,77%, lo que indica que puede considerarse totalmente explicado el error experimental en los datos.

El modelo obtenido con los coeficientes no estandarizados para cada variable dependiente, se muestran a continuación:

$$m_{yogur} = -39{,}69 + 0{,}0032\,T_{Lr} + 0{,}0573\,T_{Lp} + 0{,}3805\,T_{Lpf} - 0{,}0388\,T_{Lp1} - 0{,}1978\,T_{Lcult} + 0{,}0015\,V_1 - 0{,}0034\,V_2 - 0{,}0495\,V_3 - 0{,}00001\,a_{p\,4} + 0{,}0076\,Inóculo + 0{,}0074\,L_f + 0{,}0002\,m_{batido} - 0{,}0010\,Peso + 0{,}0002\,N_{bolsas}$$

$$Icv_{tot} = -1{,}78 - 0{,}0044\,T_{Lr} + 0{,}0021\,T_{Lp} + 0{,}0321\,T_{Lpf} + 0{,}0051\,T_{Lp1} + 0{,}0311\,T_{Lcult} + 5{*}10^{-5}\,V_1 + 6{*}10^{-4}\,V_2 + 0{,}0152\,V_3 + 2{*}10^{-6}\,a_{p\,4} - 4{,}3{*}10^{-4}\,Inóculo - 4{,}23{*}10^{-4}\,L_f - 1{,}1{*}10^{-5}\,m_{batido} + 4{,}24{*}10^{-4}Peso - 1{,}3{*}10^{-5}\,N_{bolsas}$$

$$Icap_{tot} = -26{,}55 - 0{,}1094\,T_{Lr} + 0{,}1432\,T_{Lp} + 0{,}9579\,T_{Lpf} + 0{,}0041T_{Lp1} + 1{,}1826\,T_{Lcult} - 0{,}0022\,V_1 + 0{,}0216\,V_2 + 0{,}2702\,V_3 + 0{,}0002\,a_{p\,4} - 0{,}0197\,Inóculo - 0{,}0191L_f - 5{,}2{*}10^{-4}\,m_{batido} + 0{,}0163\,Peso - 5{,}8{*}10^{-4}\,N_{bolsas}$$

$$Ip_m = -2{,}82942 - 0{,}0024\,T_{Lr} + 0{,}0047\,T_{Lp} + 0{,}0285\,T_{Lpf} - 0{,}0052\,T_{Lp1} + 0{,}0185\,T_{Lcult} + 5{,}7{*}10^{-5}V_1 + 2{,}4{*}10^{-4}\,V_2 + 7{*}10^{-4}\,V_3 + 1{,}3{*}10^{-6}\,a_{p\,4} + 1{,}23{*}10^{-4}\,Inóculo + 1{,}21{*}10^{-4}\,L_f + 4{*}10^{-6}\,m_{batido} - 3{*}10^{-4}Peso + 2{*}10^{-6}\,N_{bolsas}$$

Donde:

TLr: temperatura de la leche pasteurizada en la etapa de recibo (°C)

TLp: temperatura de la leche pasteurizada en la etapa de intercambio térmico (°C)

TLpf: temperatura de la leche pasteurizada fría en la etapa de intercambio térmico (°C)

TLp1: temperatura de la leche pasteurizada en la etapa de preparación de cultivo técnico (°C)

TLpf1:temperatura de la leche pasteurizada en la etapa de fermentación de cultivo técnico (°C)

TLcult: temperatura de refrescamiento del cultivo (°C)

TsLf: temperatura de la leche fermentada fría (°C)

V1: vapor empleado para precalentar la leche en el pasteurizador (kg)

V2: consumo de vapor en la sección de pasteurización (kg)

V3: consumo de vapor en la etapa de preparación de cultivo técnico (kg)

Ap1: consumo de agua de proceso en la etapa de intercambio térmico (kg)

Ap2: consumo de agua de proceso para enfriar la leche pasteurizada en la preparación de cultivo (kg)

Ap3: consumo de agua de proceso para refrescar el cultivo técnico (kg)

Ap4: consumo de agua de proceso en la etapa de fermentación (kg)

Inóculo: masa a inocular de cultivo técnico en la etapa de fermentación (kg)

Lf: masa de leche fermentada (kg)

mbatido: masa de leche fermentada fría (kg)

myogur: masa de yogur ptoducido (kg)

Peso: peso del envase del producto terminado (kg)

Nbolsas: número de envases de producto terminado (-)

En la Tabla 7 se muestran los resultados de los valores predichos de las 10 producciones y sus correspondientes residuos (errores de estimación), obtenidos en el modelo para la variable dependiente $\boldsymbol{m_{yogur}}$.

Se aprecia en la tabla 7 que los residuos son muy pequeños, en el caso de m_{yogur} , el mayor valor es 0,046 y el menor 0,005 (en valores absolutos), lo que manifiesta la calidad en la predicción con este modelo.

En el caso de las variables Icv_{tot} , $Icap_{tot}$, Ip_m los residuos en los tres modelos resultaron también pequeños, siendo los mayores errores de predicción iguales a -0,0060, -0,329 y -0,0083 respectivamente. Lo importante de tener esas predicciones con errores tan pequeños; es que se obtendrán buenos pronósticos cuando se empleen para evaluar otras combinaciones en las condiciones de producción.

Mediante el análisis de los coeficientes estandarizados fue posible identificar el peso con que inciden, ya sea en sentido directo o inverso; cada una de las variables independientes sobre las dependientes, tal como se presenta en la tabla 8.

Tabla 7. Valores obtenidos en el modelo para m_{yogur}

Producción	m_{yogur}	Predicho	Residuo
1	4095	4104	-9×10^{-3}
2	4087	4092	-5×10^{-3}
3	3581	3606	$-2{,}5 \times 10^{-2}$
4	4093	4075	$1{,}7 \times 10^{-2}$
5	2047	2069	$-2{,}2 \times 10^{-2}$
6	3581	3627	$-4{,}6 \times 10^{-2}$
7	3069	3055	$1{,}3 \times 10^{-2}$
8	3068	3027	4×10^{-2}
9	3582	3535	$4{,}6 \times 10^{-2}$
10	3576	3584	-8×10^{-3}

Las variables $Inóculo$, L_f, m_{batido} y T_{Lcult} presentan un peso significativo sobre las cuatro variables dependientes. Las tres primeras variables están estrechamente relacionadas con el producto terminado, incidiendo directamente sobre la masa de yogur y de forma inversa sobre los índices de consumo de vapor y agua, esto es un comportamiento esperado, pues cuando el proceso opere con menos vapor para pasteurizar la leche, se requerirá menos agua de proceso en las operaciones de enfriamiento, para obtener la misma producción de yogur.

A excepción de estas variables, la temperatura de refrescamiento del cultivo incide directamente sobre esas variables dependientes; un bajo valor de esta temperatura favorecerá al producto terminado por lo que, habrá un crecimiento en las variables asociadas con el mismo; este comportamiento reafirma lo explicado anteriormente; por tanto, la temperatura de refrescamiento incidirá inversamente sobre la masa de yogur.

Sin embargo, estas cuatro variables independientes inciden de forma directa sobre el índice de pérdida de materiales, lo que es de esperar; ya que tanto el cultivo iniciador como la temperatura de incubación, las condiciones de procesamiento y las propiedades de composición de la base de la leche; son parámetros que pueden provocar la pérdida de material de este producto lácteo, debido a que, afectan el sabor y la textura del yogur, dichos factores son los más pronunciados que influyen en la calidad y aceptación del producto terminado.

Por ende, se debe tener un control riguroso sobre ellas, puesto que las mismas, pueden modificar significativamente a dichas variables dependientes y provocar cambios en las condiciones de operación, que podrían afectan el sabor y la textura del yogur y conllevar a la disminución del volumen de producción; generando tanto pérdidas materiales como económicas, ya que, un alto consumo de vapor y agua de proceso en la línea podría llegar a incurrir en gastos por servicios auxiliares y encarecer el proceso de producción de yogur natural batido.

A partir de toda la información obtenida del proceso en estudio, basado en los métodos de la matemática multivariada y en particular de los modelos de MCP, es evidente que existen condiciones de operación con las que se obtienen mejores resultados tanto en el aspecto técnico como económico, referido a la reducción del consumo de vapor, pero es conveniente realizar un análisis basado en la integración de procesos, que incluya varios indicadores de eficiencia. Una vía para seleccionar estas condiciones es la optimización multiobjetivo[14,15,16].

En la tabla 9 se muestra el grado de satisfacción de cada función de pertenencia y la λ_{global} del proceso, obtenidos a partir de la ec.5 a la ec.8. Otros autores han aplicado otros tipos de modelos más complejos con resultados igualmente satisfactorios[17, 18, 19, 20].

Tabla 8. Coeficientes estandarizados para la masa de yogur y los índices de consum**o**

Variables	m_{yogur}	Icv_{tot}	$Icap_{tot}$	Ip_m
TLr	0,003	-0,0878	-0,049	-0,1350
TLp	0,016	0,0108	0,016	0,0657
TLpf	0,075	0,1089	0,075	0,2725
TLp1	-0,027	0,0615	0,001	-0,1793
TLcult	-0,051	0,1391	0,122	0,2331
V 1	0,023	-0,0145	-0,013	0,0416
V 2	-0,034	0,1142	0,083	0,1160
V 3	-0,017	0,0901	0,037	0,0121
A p 4	-0,013	0,0528	0,112	0,0815
Inóculo	0,230	-0,2259	-0,235	0,1797
Lf	0,230	-0,2230	-0,233	0,1791
mbatido	0,231	-0,2104	-0,221	0,2174
Peso	-0,020	0,1376	0,123	0,3531
Nbolsas	0,227	-0,2313	-0,241	0,1452

Un valor de λ cercano o igual al valor 1; significa que dicha producción se llevó a cabo bajo las mejores condiciones de operación[3,9,10], ya sea; maximizar la masa de yogur, minimizar el índice de pérdidas de materiales, el índice de consumo total de vapor y el de agua de proceso. En cambio, si el grado de satisfacción es igual a 0 implica que esa producción no operó eficientemente.

Tabla 9. Grados de satisfacción de cada indicador evaluado y global

Producción	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_{global}
1	1,000	0,987	1,000	0,075	0,074
2	0,996	0,998	0,974	0,000	0,000
3	0,749	0,863	0,842	0,995	0,542
4	0,999	1,001	0,973	0,055	0,053
5	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
6	0,749	0,863	0,865	0,993	0,555
7	0,499	0,652	0,575	0,981	0,183
8	0,499	0,691	0,626	0,976	0,210
9	0,749	0,841	0,890	0,999	0,561
10	0,747	0,838	0,894	0,939	0,525

Nomenclatura:

λ_1 : grado de satisfacción de m_{yogur}

λ_2: grado de satisfacción de Icv_{tot}

λ_3: grado de satisfacción de $Icap_{tot}$

λ_4 : grado de satisfacción de Ip_m

λ_{global}**:** grado de satisfacción global

La producción 1 tuvo el mayor grado de satisfacción con un valor igual a 1 para la función de pertenencia, m_{yogur}, mientras que, las otras producciones que arrojaron un grado de satisfacción cercano o igual al valor 1 fueron la 4, 1 y 5 para las funciones de pertenencia, Icv_{tot}, $Icap_{tot}$, Ip_m respectivamente; lo que implica que en estas últimas producciones se alcance el mínimo valor de índice de consumo y de pérdida de materiales; siendo también la producción 1 la que permita maximizar la masa de yogur.

La producción 3, la 6, la 9 y la 10 tienen un buen valor de grado de satisfacción global pero la 9 resultó ser la de mayor λ_{global}, la cual hará que el proceso de elaboración de yogur natural batido desnatado opere más eficiente, al satisfacer el proceso de forma global.

La producción 9 presentó la mayor temperatura de pasteurización de la leche reconstituida tanto en la etapa de intercambio térmico como en la etapa de preparación del cultivo, por ende, el aumento de la intensidad del calentamiento induce una desnaturalización extensa de las proteínas del suero lo que se considera adecuado para producir yogur de alta calidad. La producción 9 tuvo bajos consumos de vapor y de agua de proceso, y presentó una pérdida mínima de materiales; lo que implica una disminución de los índices de consumo y de pérdida de materiales.

La producción 2 y 5 presentaron un valor de grado de satisfacción global igual a cero, esto se debe a que alguno de los λ de cada función de pertenencia obtuvo un valor igual a cero. El λ_4 es cero para la producción 2, ya que resultó tener el mayor consumo de agua de proceso en las etapas de intercambio térmico y preparación del cultivo, pero el resto están muy próximo a uno. En la producción 5 las tres primeras son cero y la cuarta es uno (que es el mejor valor esperado); esto es debido a que la 5 presentó el menor volumen de producción y el consumo de vapor y agua de proceso es alto

A pesar, que la producción 1 es la que más yogur produce, es menos eficiente dicha producción; debido a que se produce más yogur, pero se pierde más producto, por lo que se considera la producción 9 como la mejor condición de operación, aunque no sea la producción que más yogur produce.

Conclusiones

Se obtienen altas correlaciones estadísticamente significativas entre las variables experimentales y cinco de ellas tienen un coeficiente igual a uno, lo que justifica el uso de los métodos de la matemática multivariada. Mediante el método de conglomerados se identificó que el volumen de producción es un factor de peso en la clasificación de las producciones, aunque también la temperatura de la leche pasteurizada fría es una variable que influye en la conformación de los grupos homogéneos. Los modelos ajustados por MCP que establecen la relación funcional entre la masa de yogur, los índices de consumo total de vapor y agua en el proceso y el de pérdidas de materiales con 14 variables de operación, posee un error cuadrático de predicción inferior igual a 4,746, por lo que son útiles para simular esta etapa y establecen que el inóculo, la temperatura de refrescamiento del cultivo técnico, la leche fermentada, y la masa de yogur batido presentan el mayor peso sobre las cuatro variables dependientes, lo que indica que se debe tener un control riguroso sobre ellas durante la producción. Integrando los resultados, se determinó que el grado de satisfacción del proceso indica que la condición de operación en que se logra el óptimo global es aquella en que la masa de yogur es 3 582 kg, y los índices de consumo total de vapor y agua de proceso, y el índice de pérdidas de materiales, son en kg/kg de producto 0,1384, 6,621 y 0,0192, respectivamente. Lo que manifiesta que es posible la mejora del proceso productivo basado en el procedimiento general propuesto.

Contribución de los autores: Conceptualización, Eliany de la Caridad Valera Sterling, metodología, Eduardo García Noa, validación, Eliany de la Caridad Valera Sterling, Eduardo García Noa, análisis, Eliany de la Caridad Valera Sterling, Eduardo García Noa, Lourdes Mariana Crespo Zafra, investigación, Eliany de la Caridad Valera Sterling, redacción, Eliany de la Caridad Valera Sterling, revisión y edición, Eduardo García Noa, Lourdes Mariana Crespo Zafra
Financiamiento: Esta investigación no recibió financiamiento externo
Declaración del buró de revisión institucional: No aplicable
Declaración del informe de consentimiento: No aplicable
Conflicto de intereses: Los autores expresan que no hay conflicto de intereses

Referencias

1. **Valera Sterling, Eliany de la C, García Noa, Eduardo,** *Empleo de fuentes renovables de energía y métodos de integración de procesos en la industria láctea*, 83, La Habana, Cuba : s.n., 2023, Ecosolar, págs. 29-35. ISSN-1028-6004.

2. ***Cerda-Flores, S.C.; Rojas-Punzo, A.A.; Nápoles-Rivera, F***. *Applications of Multi-Objective Optimization to Industrial Processes: A Literature Review. Processes* ***2022****, 10, 133. https://doi.org/10.3390/pr10010133*

3. **Gabriel Minella, G.,** *Optimización multi-objetivo para la programación de la producción.* Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España : s.n., 2014. Tesis doctoral.

4. *Estudio del comportamiento de indicadores de desempeño energético de un hotel de Varadero.* **Triana Pujol, Ariel, y otros.** 1, La Habana, Cuba : s.n., 2023, Ingeniería Industrial, Vol. 44. ISSN 1815-5936.

5. **Cuadras, Carlos M.** *Nuevos Métodos de Análisis Multivariante.* Barcelona, Spain : CMC Editions, 2014.

6. . **Barrera Aldama, Yenisey, García Noa, Eduardo, Solis Aliaskina, K.,** Análisis de procesos en la cuba quesera empleando el método de los mínimos cuadrados parciales, Santa Clara : s.n., , Centro Azúcar, Vol. 47. ISSN 0253-5777.2020

7. **Alla A., Jeffrey K. Brecht, Ismail U.,** Statistical and temporal analysis of a novel multivariate time series data for food engineering, Journal of Food Engineering 298 (2021), doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2021.110477

8. **Garivia Peña, Carlos.** *Regresión por Mínimos Cuadrados Parciales PLS Aplicada a Datos Variedad Valuados.* Facultad de Ciencias, Escuela de Estadística, Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia : s.n., 2016. Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de: Magister en Ciencias-Estadística.

9. **Aranda Pinilla, J., Orjuela Castro, J.,** *Optimización Multiobjetivo en la Gestión de Cadenas de Suministro de Biocombustibles.Una Revisión de la Literatura.* **.** 1, Bogotá, Colombia : s.n., 2015, Ingeniería, Vol. 20, págs. 37-63. ISSN: 0121-750X.

10. **Calderón-Arce, C., Alvarado-Moya, P.,** *Optimización multiobjetivo con funciones de alto costo computacional. Revisión del estado del arte.* **.** Costa Rica : s.n., 2016, Tecnología en Marcha, págs. 16-24.

11. **NEIAL,** *Yogur batido natural y aromatizado. De coágulo o batido. Especificaciones.* La Habana, Cuba : Empresa Complejo Lácteo de La Habana, 2018.

12. **NEIAL, Norma de proceso.** *Yogur batido. Proceso productivo.* La Habana, Cuba : Empresa Complejo Lácteo de La Habana, 2022.

13. **Gutiérrez-Cordero, Edilia, García-Noa, Eduardo, Sariego-Toledo, Yanet,** *Análisis multivariado de índices de consumo en procesos de obtención de leche de soya.* **.** 3, Antioquía, Colombia : s.n., 2023, Ciencia y Tecnología Agropecuaria, Vol. 24. ISSN: 0122-8706.

14. ***Hassna, B.; Namany, S.;Alherbawi, M.; Elomri, A.; Al-Ansari, T***. *Multi-Objective Optimization for Food Availability under Economic and Environmental Risk Constraints. Sustainability,* 2024, 16, 4336. https://doi.org/10.3390/su16114336

15. **Arif Misrol, M., RafidaWan Sh., Jeng Shiun, L.,** *Multi-objective Optimization of an Integrated Energy-Water-Waste Nexus for Eco-Industrial Park.* Malaysia : s.n., 2021, Chemical Engineering, Vol. 89. ISBN 978-88-95608-87-7; ISSN 2283-9216.

16. **Egea, J.A.; García, M.R.; Vilas, C.,** Dynamic Modelling and Simulation of Food Systems: Recent Trends and Applications. Foods, 2023, 12, 557. https://doi.org/10.3390/ foods12030557

17. **Ricardo Abejón, A., Batlle-Bayer, L., Laso, J., Bala, A., Vazquez-Rowe, I., Larrea-Gallegos, G., Margallo, M., Cristobal, J., Puig, P., Fullana-i-Palmer, P., Aldaco, R.,** Multi-Objective Optimization of Nutritional, Environmental and Economic Aspects of Diets Applied to the Spanish Context, Foods **2020**, 9, 1677; doi:10.3390/foods9111677

18. **Jungwon Y., Soyoung Y., Jinhong K., Youngjae L., Kil-Taek L., Seiki K., Sung-Soo R., Hyeondeok J.,** A Confidence Interval-Based Process Optimization Method Using Second-Order Polynomial Regression Analysis, Processes, 2020, 8, 1206; doi:10.3390/pr8101206

19. **Fei, L., Xi, L., Zhenkun W., Shunyu, Y., Xialiang, T., Mingxuan, Y., Qingfu, Z**., Large Language Model for Multi-objective Evolutionary Optimization, J. Latex Class Files, 2024, arXiv:2310.12541v3

20. **Falcón-Cardona, G., Coello Coello, C**., Indicator-based Multi-Objective Evolutionary Algorithms: A Comprehensive Survey, ACM Comput. Surv., Vol. 9, No. 4, Article 39. Publication date: February 2019, https://doi.org/0000001.0000001

| ***Received:*** *19 June 2024* | ***Accepted:*** *27 August 2024* | ***Published:*** *15 September 2024* |

Citation: Valera-Sterling, E., García-Noa, E., Crespo-Zafra, L. Optimización multiobjetivo con modelos multivariados en la producción de yogur natural batido. *Bionatura*. **2024**; Volume (9). No 3.

Peer review information: Bionatura thanks the anonymous reviewers for their contribution to the peer review of this work using https://reviewerlocator.webofscience.com/

All articles published by Bionatura Journal are freely and permanently accessible online immediately after publication, without subscription charges or registration barriers.

Publisher's Note: Bionatura stays neutral concerning jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)